



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

ANÁLISE DA VOLATILIDADE DE ATIVOS FINANCEIROS  
VIA GARCH E SEU VALOR EM RISCO

Karine de Sales Carneiro  
Thaís Moreira Magalhães

2017



# ANÁLISE DA VOLATILIDADE DE ATIVOS FINANCEIROS VIA GARCH E SEU VALOR EM RISCO

Karine de Sales Carneiro  
Thaís Moreira Magalhães

Projeto Final de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Métodos Estatísticos do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Bacharel em Estatística e Ciências Atuariais.

Orientador: Ralph dos Santos Silva

Rio de Janeiro, 15 de agosto de 2017.

Carneiro, Karine de Sales e Magalhães, Thaís Moreira

Análise de Séries Temporais Financeiras / Karine de Sales Carneiro e Thaís Moreira Magalhães - Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 2017. vi, 26f.: il.; 31cm.

Orientador: Ralph dos Santos Silva

Projeto Final - UFRJ/IM / Graduação em Estatística e Ciências Atuariais, 2017.

Referências Bibliográficas: f.25-26.

1. Séries Financeiras. 2. Modelos GARCH. I. Silva, Ralph dos Santos. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática. III. Análise de Séries Temporais Financeiras.

## RESUMO

### ANÁLISE DA VOLATILIDADE DE ATIVOS FINANCEIROS VIA GARCH E SEU VALOR EM RISCO

Karine de Sales Carneiro  
Thaís Moreira Magalhães

Orientador: Ralph dos Santos Silva

Resumo do Projeto Final de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Métodos Estatísticos do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Bacharel em Estatística e Ciências Atuariais.

Neste trabalho foram modelados retornos diários de ativos do mercado financeiro brasileiro, em particular no setor de Petróleo, Mineração e Energia, buscando o melhor entendimento sobre o comportamento temporal das séries. Para isto, utilizamos modelos estatísticos que descrevem a dependência temporal dos retornos, incluindo a média e a variabilidade. Nas análises utilizamos os modelos GARCH com erros aleatórios normais,  $t$ -Student e suas versões assimétricas, a fim de estimar a volatilidade. A estimação foi baseada no método de máxima verossimilhança e partir dos Critérios de Informação de Akaike (AIC) e Informação Bayesiano (BIC), o modelo GARCH com erros aleatórios  $t$ -Student foi determinado como melhor ajuste. Posteriormente, foi realizada uma análise do valor em risco.

*Palavras-chave:* Série Temporal; Retornos Financeiros; Modelos GARCH; Valor em Risco (V@R).

**P**ARA

**R**ITA DE CÁSSIA ROCHA MOREIRA

**H**ERCULES VIANA MAGALHÃES

**R**ENAN DA SILVA RAMOS

**I**ZABEL CHRISTINA DE SALES

**e**

**D**ANIEL DA ROCHA BARRETO

## AGRADECIMENTOS

AO MEU ORIENTADOR RALPH DOS SANTOS  
SILVA; E

A TODOS OS PROFESSORES DO  
DME/IM/UFRJ. AOS NOSSOS FAMILIA-  
RES E COMPANHEIROS QUE NOS APOIARAM E  
INCENTIVARAM DURANTE TODO O TEMPO.

# SUMÁRIO

<b>Lista de Tabelas</b>	<b>ii</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>iii</b>
<b>Capítulo 1: Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Conceitos Básicos . . . . .	2
1.2 Objetivos . . . . .	3
<b>Capítulo 2: Metodologia</b>	<b>4</b>
2.1 Conceitos Fundamentais . . . . .	4
2.2 Modelos Probabilísticos . . . . .	5
2.3 Testes de assimetria, curtose e normalidade . . . . .	7
2.4 Modelos ARMA . . . . .	8
2.5 Modelos ARCH e GARCH . . . . .	9
2.6 Valor em Risco - VaR . . . . .	10
2.7 Estimação por Máxima Verossimilhança . . . . .	11
2.8 Teste de Ljung-Box . . . . .	12
2.9 Critérios de seleção de modelos . . . . .	12
<b>Capítulo 3: Análise Descritiva dos Dados</b>	<b>14</b>
<b>Capítulo 4: Modelagem e resultados</b>	<b>34</b>
<b>Capítulo 5: Considerações Finais</b>	<b>44</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>45</b>

## LISTA DE TABELAS

3.1	Estatísticas básicas dos log-retornos . . . . .	25
3.2	Teste de Assimetria e Curtose para os retornos no setor de Petróleo e Mineração.	26
3.3	Teste de Assimetria e Curtose para os retornos no setor de Energia. . . . .	26
4.1	Critérios de seleção AIC e BIC - CSNA3 . . . . .	35
4.2	Critérios de seleção AIC e BIC - GGBR4 . . . . .	35
4.3	Critérios de seleção AIC e BIC - PETR4 . . . . .	36
4.4	Critérios de seleção AIC e BIC - USIM5 . . . . .	36
4.5	Critérios de seleção AIC e BIC - VALE5 . . . . .	37
4.6	Critérios de seleção AIC e BIC - LIGT3 . . . . .	37
4.7	Critérios de seleção AIC e BIC - ELET3 . . . . .	38
4.8	Critérios de seleção AIC e BIC - CESP3 . . . . .	38
4.9	Critérios de seleção AIC e BIC - CPFE3 . . . . .	39
4.10	Critérios de seleção AIC e BIC - EQLT3 . . . . .	39
4.11	Parâmetros estimados do modelo GARCH(1,1) para as séries de log-retornos . .	40
4.12	Teste Ljung-Box para os resíduos do GARCH(1,1) no setor Petróleo e Mineração	41
4.13	Teste Ljung-Box para os resíduos do GARCH(1,1) no setor Energia . . . . .	41
4.14	Parâmetros estimados do modelo GARCH(1,1) para o VaR . . . . .	42
4.15	Valor em Risco do modelo GARCH(1,1) para as séries de log-retornos . . . . .	43



## LISTA DE FIGURAS

3.1	Séries de preços dos ativos Petróleo e Mineração . . . . .	16
3.2	Séries de preços dos ativos Energia . . . . .	17
3.3	Séries dos log-retornos dos ativos Petróleo e Mineração . . . . .	18
3.4	Séries dos log-retornos dos ativos Energia . . . . .	19
3.5	Histogramas dos log-retornos Petróleo e Mineração . . . . .	21
3.6	Histogramas dos log-retornos Energia . . . . .	22
3.7	Gráfico QxQ dos log-retornos dos ativos Petróleo e Mineração . . . . .	23
3.8	Gráfico QxQ dos log-retornos dos ativos Energia . . . . .	24
3.9	Funções ACF dos log-retornos Petróleo e Mineração . . . . .	27
3.11	Funções ACF dos quadrados dos log-retornos Petróleo e Mineração . . . . .	28
3.10	Funções ACF dos log-retornos Energia . . . . .	29
3.12	Funções ACF dos quadrados dos log-retornos Energia . . . . .	30
3.13	Funções ACF dos módulos dos log-retornos Petróleo e Mineração . . . . .	31
3.14	Funções ACF dos módulos dos log-retornos Energia . . . . .	32

## Capítulo 1

### INTRODUÇÃO

O estudo da volatilidade na orientação de investimentos e classificação de risco tem se tornado um método importante no mercado financeiro. O risco do mercado provém da possibilidade de mudança dos preços de ativos financeiro e o conceito de volatilidade serve para quantificar o potencial dessas mudanças. A alta volatilidade poderia significar grandes perdas ou ganhos, e portanto maior incerteza.

Com o objetivo de modelar a volatilidade de ações na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA), a série de retornos dos preços diários apresenta características estatísticas mais tratáveis como estacionariedade e exibem grandes oscilações, sugerindo que sua variância mude ao longo do tempo. Para isto, utilizamos o modelo de heterocedasticidade condicional autoregressivo (ARCH), originalmente desenvolvido por Engle (1982) e sua variação, o modelo de heterocedasticidade condicional autoregressivo generalizada (GARCH) proposto por Bollerslev (1986).

A escolha do melhor modelo  $GARCH(r, s)$  a ser ajustado em uma série financeira é feita por diversos critérios como primeiramente a escolha de modelos de ordem mais baixa como (1,1), (1,2), (2,1) e depois escolhendo alguns critérios como AIC ou BIC, valores de assimetria e curtose e o método de Máxima Verossimilhança. Por apresentarem caudas pesadas e assimetria, muitas vezes não é suficiente fazer a modelagem dos erros do modelo GARCH pela normal padrão, por isso neste trabalho estudamos também a utilização de erros com distribuições *t*-Student. A estimação da volatilidade dos retornos pelo modelo GARCH usamos na obtenção do VaR (Valor em Risco). O Valor em Risco será uma medida importante na análise financeira dos ativos, pois representa o risco de mercado e mensura a incerteza sobre retornos líquidos futuros, ou seja, o risco associado a um investimento.

## 1.1 Conceitos Básicos

Segundo Assaf Neto (2008), na prática as decisões financeiras não são tomadas em ambiente de total certeza com relação a seus resultados. Em verdade, por estarem essas decisões fundamentalmente voltadas para o futuro, é imprescindível que se introduza a variável incerteza como um dos mais significativos aspectos do mercado financeiro. Essa incerteza ao ser quantificada, diz-se que a decisão está sendo tomada sob um situação de risco.

**Risco:** A idéia de risco está associada às probabilidades de ocorrências de determinados resultados em relação a um valor médio esperado. É um conceito voltado para o futuro, revelando uma possibilidade de perda. No nosso caso estamos interessados em um tipo de risco chamado *risco de mercado*.

**Risco de Mercado:** O risco de mercado diz respeito às variações imprevistas no comportamento do mercado, determinadas principalmente por mudanças ocorridas na economia. Esse tipo de risco encontra-se presente em todo mercado e, principalmente no mercado de ações. Estamos interessados em estudá-lo pois é identificado pela variabilidade dos retornos de um título em relação ao seu valor médio, denotando menor confiança ao investimento quanto maior for essa variância.

**Ações:** Ações são a menor parcela do capital de uma empresa. As ações são títulos que não garantem remuneração predeterminada aos investidores. O investimento em ações envolve assumir certo grau de risco com relação as oscilações de suas cotações no mercado. Quanto maior o risco, maior a remuneração oferecida.

**Bolsa de Valores:** A bolsa de valores é um local, físico ou eletrônico, onde são negociados títulos e valores mobiliários emitidos por empresas. As ações são os títulos mais comprados e vendidos nas bolsas.

**BOVESPA:** A BOVESPA é a Bolsa de Valores de São Paulo, fundada em agosto de 1890. Sua sede administrativa fica na Rua XV de Novembro, 275, no centro da cidade de São Paulo. Atualmente, a Bovespa é a instituição com maior destaque no mercado acionário brasileiro por abrigar o maior centro de negociação dentre as nove bolsas de valores do País

**Ativo:** Conjunto dos bens e direitos de uma empresa.

**Ativo Financeiro:** Valor mobiliário que, geralmente, confere ao seu titular um crédito ou um direito de propriedade sobre a entidade emissora, tais como instrumentos de dívida e ações.

**Retorno:** Para avaliação de riscos de um ativo financeiro, frequentemente é utilizada a série de variações (diárias, semanais, mensais, etc) dos preços desse ativo. Seja  $P_t$  o preço de um ativo no instante  $t$ . A variação de preços entre os instantes  $P_t$  e  $P_{t-1}$  é dada por  $\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$  e a variação relativa de  $P_t$ , também chamada de log-retorno de  $P_t$ , é definida como  $r_t = \Delta \log P_t = \log P_t - \log P_{t-1}$ .

## 1.2 Objetivos

Nosso principal objetivo é analisar as cotações diárias do fechamento do IBOVESPA na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA), em especial no setor de Petróleo, Mineração e Energia, observadas no período de 02 de janeiro de 2012 a 29 de julho de 2016. Os dados foram coletados junto ao site *Yahoo Finanças*<sup>1</sup>.

Os dados foram transformados em uma série de retornos, visando um melhor entendimento sobre o comportamento temporal da série. Segundo Morettin (2011), na prática é melhor se trabalhar com retornos do que com preços, pois os primeiros são livres de escala e tem propriedades estatísticas mais interessantes como estacionariedade e ergodicidade. Existem diversos modelos estatísticos para modelar esse tipo de dado. Neste trabalho, utilizaremos o modelo GARCH e após algumas análises estatísticas verificamos que o melhor modelo a ser utilizado nos dados é o GARCH(1,1) com erro  $t$ -Student simétrico. Descreveremos o modelo e as análises nos próximos capítulos. Diante do modelo escolhido assim como as análises dos dados, tentaremos fazer o cálculo de previsão a um passo à frente através da volatilidade, e assim calculamos seu valor em risco (VaR) que do ponto de vista de uma empresa seria a perda máxima associada a um evento extremo, sob condições normais do mercado.

Este trabalho está estruturado da seguinte forma: o Capítulo 2 está constituída a Metodologia onde são abordadas as principais teorias nas análises realizadas. No Capítulo 3 de Aplicações e Resultados encontram-se todas as análises realizadas para as dez empresas do setor de Petróleo e Energia; e no Capítulo 4 das Considerações Finais descrevemos as principais conclusões obtidas no trabalho.

---

<sup>1</sup><https://br.financas.yahoo.com/> Yahoo Finanças - Finanças Empresarias, Mercado de Ações, Cotações e Notícias

## Capítulo 2

### METODOLOGIA

Neste capítulo serão apresentados, resumidamente, alguns conceitos fundamentais, critérios, testes e modelos estatísticos, que foram utilizados no desenvolvimento deste trabalho. Para mais detalhes sobre a análise de séries temporais e os conceitos apresentados abaixo recomendamos os livros de Morettin e Toloi (2006), Chatfield (1997) e Morettin (2011).

#### 2.1 Conceitos Fundamentais

Segundo Chatfield (1997), uma série temporal  $\{Y_t\}$  é uma coleção de observações realizadas sequencialmente no tempo, cujos principais objetivos são compreender o mecanismo da série, a fim de descrever efetivamente o seu comportamento, e prever o futuro para estabelecer planos a curto, médio e longo prazo, além de tomadas de decisões. Para tal análise é necessário medir a relação da variável com ela mesma em diferentes instantes de tempo, para isto usa-se a função de autocovariância (ACVF) que é definida da seguinte forma:

$$\gamma_k = Cov(Y_t, Y_{t+k}) = E[(Y_t - E[Y_t])(Y_{t+k} - E[Y_{t+k}])].$$

A função de autocovariância (ACVF) fornece a forma de dependência temporal da variável aleatória, porém a escala da ACVF depende da escala da variável aleatória. A fim de evitar o problema de escala, a ACVF é comumente substituída pela função de autocorrelação (ACF).

$$\rho_k = \frac{Cov(Y_t, Y_{t+k})}{\sqrt{Var(Y_t)}\sqrt{Var(Y_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0},$$

sendo  $\gamma_0$  a variância do processo gerador da série temporal e  $\rho_0 = 1$ .

Também são necessárias algumas hipóteses simplificadoras. A mais comum em séries temporais é a de estacionariedade, ou seja, o comportamento da série é invariante sob a translação do tempo. Uma série  $\{Y_t\}$  é dita estritamente estacionária se todos os momentos, incluindo média  $E(Y_t) = \mu$ , variância  $Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$  e covariância  $Cov(Y_t, Y_s)$ , são constantes ao longo do tempo. Nos casos em que as séries  $\{Y_t\}$  tem média e variância constantes ao longo

do tempo, porém sua autocovariância e sua autocorrelação são funções da diferença de tempo  $|t - s|$ , ou seja, dependem apenas da defasagem, a série é dita estacionária de segunda ordem (fracamente estacionária).

## 2.2 Modelos Probabilísticos

Dada uma variável aleatória  $X$ , é de interesse conhecer sua função de densidade de probabilidade (f.d.p.). Alguns modelos são frequentemente usados para representar a f.d.p. de uma variável aleatória.

- Modelo Normal

Seja  $X$  uma variável aleatória com distribuição Normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ . Sua função de densidade é dada por:

$$f(x | \mu, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2}(x - \mu)^2 \right\}, x \in R$$

Quando  $\mu = 0$  e  $\sigma^2 = 1$ , a distribuição é denominada Normal Padrão. Para essa a função densidade reduz-se a

$$f(x | \mu, \sigma^2) = (2\pi)^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2}x^2 \right\}, x \in R$$

- Modelo  $t$ -Student

Seja  $X$  uma variável aleatória com distribuição  $t$  com parâmetro de localização  $\mu$ , escala  $\sigma$  e grau de liberdade  $\nu$ . Então, a quantidade

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

onde  $s$  é o desvio padrão amostral, possui distribuição  $t$ -Student com  $\nu - 1$  graus de liberdade.

A função de densidade de  $X$  é dada por:

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{(\nu\pi)^{1/2}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{\nu}\right)^{-(\nu+1)/2}, x \in R$$

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx.$$

$$E(X) = 0$$

$$Var(X) = \frac{\nu\sigma^2}{\nu-2}, \nu > 2$$

- Modelo Qui-Quadrado

Seja  $X$  uma variável aleatória com distribuição qui-quadrado com  $\nu$  graus de liberdade (denotada por  $\chi_\nu^2$ )

A função de densidade de  $X$  é dada por:

$$f(x; \nu) = \frac{1}{2^{\nu/2} \Gamma(\frac{\nu}{2})} x^{(\nu/2)-1} e^{-(x/2)}, x > 0$$

$$f(x; \nu) = 0, x < 0$$

- Distribuições Assimétricas

Um método geral para transformar uma distribuição simétrica em assimétrica foi proposto por Fernandez & Steel (1998).

Considera-se uma função de densidade de probabilidade univariada  $f(\cdot)$  unimodal e simétrica em torno de 0. Mais formalmente, assume-se que  $f(s) = f(|s|)$  e  $f(|s|)$  é decrescente em  $|s|$ . Então, temos a seguinte classe de distribuições assimétricas, indexadas por um escalar  $\gamma \in (0, \infty)$ :

$$f(x | \gamma) = \frac{2}{\gamma + \frac{1}{\gamma}} \left\{ f\left(\frac{x}{\gamma}\right) I_{[0, \infty)}(x) + f(\gamma x) I_{(-\infty, 0)}(x) \right\}. \quad (2.1)$$

A ideia básica da equação 2.1 é a introdução de fatores de escala inversos nos eixos positivo e negativo.  $f(x | \gamma)$  mantém sua moda em 0 mas perde simetria quando  $\gamma \neq 1$ .

Usando (2.1), a versão assimétrica da distribuição Normal fica definida por

$$f(x | \mu, \sigma^2, \gamma) = \frac{2}{\gamma + \frac{1}{\gamma}} \left\{ (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left( \frac{x}{\gamma} - \mu \right)^2 \right\} I_{[0, \infty)}(x) \right. \\ \left. + (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\gamma x - \mu)^2 \right\} I_{(-\infty, 0)}(x) \right\}, x \in \mathbb{R}.$$

### 2.3 Testes de assimetria, curtose e normalidade

Suponha que  $X_1, X_2, \dots, X_T$  seja uma amostra aleatória de  $X$  com  $T$  observações. Para testar a assimetria, consideramos as hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : S(X) = 0 \\ H_1 : S(X) \neq 0. \end{cases}$$

Onde  $S(X)$  é o coeficiente de assimetria dado por:

$$S(X) = E \left[ \frac{(X_t - \mu_X)^3}{\sigma_X^3} \right]$$

E a hipótese  $H_0$  assume que a distribuição é simétrica.

A estatística da razão  $t$ -Student da assimetria é definida como:

$$t = \frac{\hat{S}(X)}{\sqrt{6/T}} \approx N(0, 1),$$

sendo  $T$  o tamanho da amostra e  $\hat{S}$  o coeficiente de assimetria amostral definido por:

$$\hat{S}(X) = \frac{1}{(T-1)\hat{\sigma}_X^3} \sum_{t=1}^T (X_t - \hat{\mu}_X)^3 \quad (2.2)$$

com média amostral  $\hat{\mu}_X = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t$  e desvio padrão amostral  $\hat{\sigma}_X = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (X_t - \hat{\mu}_X)^2}$ .

Rejeita-se  $H_0$  ao nível de significância  $\alpha$  se  $|t| > z_{\alpha/2}$ , sendo  $z_{\alpha/2}$  o percentil  $100(1 - \alpha/2)$  da distribuição normal padrão.

Para o teste de curtose consideramos as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : K(X) - 3 = 0 \\ H_1 : K(X) - 3 \neq 0. \end{cases}$$

Onde  $K(X)$  é o coeficiente de curtose, dado por:

$$K(X) = E \left[ \frac{(X_t - \mu_X)^4}{\sigma_X^4} \right]$$

E a hipótese  $H_0$  assume que não há excesso de curtose.

A estatística deste teste é definida como:

$$t = \frac{\hat{K}(X) - 3}{\sqrt{24/T}} \approx N(0, 1)$$



sendo  $\hat{K}(X)$  o coeficiente de curtose amostral definido por:

$$\hat{K}(X) = \frac{1}{(T-1)\hat{\sigma}_X^4} \sum_{t=1}^T (X_t - \hat{\mu}_X)^4. \quad (2.3)$$

Rejeita-se  $H_0$  ao nível de significância  $\alpha$  se  $|t| > z_{\alpha/2}$ , sendo  $z_{\alpha/2}$  o percentil  $100(1 - \alpha/2)$  da distribuição normal padrão.

Se  $S(X) = 0$  e  $K(X) = 3$  então temos uma distribuição normal, de modo que a quantidade  $K(X) - 3$  é chamada excesso de curtose. Se  $K(X) > 3$ , então temos curtose positiva, ou seja, a distribuição possui caldas pesadas (Leptocúrtica). Se  $K(X) < 3$ , então temos curtose negativa, ou seja, a distribuição possui caldas leves (Platicúrtica).

Baseados nos coeficientes de assimetria e curtose, definidos nas equações 2.2 e 2.3, Jarque & Bera (1980) propuseram um teste para avaliar se uma amostra aleatória  $x_1, x_2, \dots, x_T$  provém de uma distribuição normal. A estatística de teste é:

$$J = \frac{\hat{S}(X)^2}{\sqrt{6/T}} + \frac{(\hat{K}(X) - 3)^2}{\sqrt{24/T}}$$

. Se a amostra provém de uma distribuição Normal, a estatística  $JB$  possui distribuição Qui-quadrado com dois graus de liberdade ( $JB \sim \chi_2^2$ )

Para a realização do teste considere as hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \text{ Os retornos seguem uma distribuição normal;} \\ H_1 : \text{ Os retornos não seguem uma distribuição normal.} \end{cases}$$

Então, rejeita-se  $H_0$  ao nível de significância  $\alpha$  se  $J > \chi_{2,1-\alpha}^2$ , sendo  $\chi_{2,1-\alpha}^2$  o percentil  $100(1 - \alpha)$  da distribuição  $\chi_2^2$ .

Além do teste de Jarque e Bera, pode-se utilizar o teste de Shapiro-Wilk, que é um teste não paramétrico alternativo ao teste de Jarque e Bera. A estatística de teste é dada por:

$$W = \frac{\left( \sum_{i=1}^T a_i x_{(i)} \right)^2}{\sum_{i=1}^T (x_i - \bar{x})^2},$$

onde  $x_{(i)}$  são os valores amostrais ordenados e  $a_i$  são constantes geradas das médias, variâncias e covariâncias das estatísticas de ordem de uma amostra aleatória de tamanho  $n$  de uma distribuição normal.

## 2.4 Modelos ARMA

Os modelos autoregressivos e de médias móveis (ARMA) modelam séries temporais estacionárias e além disso, são muito uteis e parcimoniosos para a realização de previsão a curto prazo. Devido

à estacionariedade do processo a ser modelado, temos a possibilidade de fixar parâmetros a fim de prever o futuro de acordo com o passado. Em geral, acredita-se que as séries são fracamente estacionárias, a fim de garantir que a média e a variância sejam constantes ao longo do tempo e que a autocorrelação não dependa do tempo. Um modelo  $ARMA(p, q)$  modela o grau de autocorrelação entre desvios e observações defasadas. Supondo que  $Y_t$  seja uma série estacionária, o modelo ARMA é escrito da seguinte forma:

$$Y_t = \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}. \quad (2.4)$$

sendo  $\varepsilon_t$  um ruído branco, isto é, independentes para todo  $t$ , com média 0 (zero) e variância constante.

## 2.5 Modelos ARCH e GARCH

Os modelos autoregressivos com heteroscedasticidade condicional (ARCH), introduzidos por Engle (1982), são modelos não-lineares apropriados para a modelagem de volatilidade. Segundo Morettin e Toloí (2006), o retorno, aqui definido por  $r_t$ , é não-correlacionado serialmente, mas a volatilidade (variância condicional) depende de retornos passados por meio de uma função quadrática.

Um modelo  $ARCH(p)$  é definido por

$$r_t = \sqrt{h_t} \epsilon_t$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p r_{t-p}^2$$

onde  $\epsilon_t$  é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (iid) com média zero e variância um,  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, p$ . Na prática, é comum assumirmos  $\epsilon_t \sim N(0, 1)$  ou  $\epsilon_t \sim t_\nu$ .

O modelo autoregressivo com heteroscedasticidade condicional generalizada (GARCH), sugerido por Bollerslev (1986), é uma generalização do modelo ARCH. Esses modelos assumem que a variância condicional se comporta como um processo ARMA, isto é, depende também dos seus valores passados. A vantagem é que o modelo GARCH pode ser mais parcimonioso, no sentido de descrever a volatilidade com menos parâmetros do que um modelo ARCH.

Um modelo  $GARCH(r, s)$  é definido por

$$r_t = \sqrt{h_t} \epsilon_t$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i r_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j h_{t-j},$$

sendo os  $\epsilon_t$ 's independentes e identicamente distribuídos com média 0 e variância 1,  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 1$ ,  $i = 1, \dots, r$  e  $\beta_j \geq 0$ ,  $j = 1, \dots, s$ .

A estacionariedade do modelo GARCH é garantida se

$$\sum_{i=1}^m (\alpha_i + \beta_j) < 1, \quad m = \max(r, s).$$

Assim como no caso dos modelos ARCH, usualmente supomos que os  $\epsilon_t$  seguem uma distribuição normal padrão ou uma distribuição  $t$ -Student.

Após identificar a presença do efeito GARCH, a escolha do melhor modelo pode ser complicada. Um modelo bastante usado na prática é o GARCH(1,1), para o qual a volatilidade é expressa por

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}.$$

Porém nem sempre o GARCH(1,1) será o melhor modelo. Devido à complexidade da escolha, recomenda-se a utilização de alguns critérios, como por exemplo, o critério de informação Akaike(AIC) ou critério de informação bayesiana (BIC) que estão definidos na Seção 2.9.

## 2.6 Valor em Risco - VaR

Neste trabalho estaremos interessados em calcular uma medida de um tipo particular de risco, o chamado *risco de mercado*. Tal medida é o VaR (valor em risco). O Cálculo do VaR envolve o cálculo da volatilidade de um ativo financeiro ou de uma carteira de instrumentos financeiros.

O VaR pode ser visto como a perda máxima de uma posição financeira durante um dado período de tempo para uma dada probabilidade. Do ponto de vista da empresa, o VaR é uma medida de perda associada a um evento raro, sob condições normais do mercado.

O VaR deve ser calculado usando a distribuição preditiva dos retornos futuros da posição financeira. Por exemplo, o VaR para um horizonte de 1 dia de um portfólio usando retornos diários  $r_t$  deve ser calculado usando a distribuição preditiva de  $r_{t+1}$  dado a informação disponível no tempo  $t$ . Suponhamos que a distribuição condicional dos retornos, dada a informação passada, segue uma normal com média zero e variância  $\sigma_t^2$ , ou seja,

$$r_t \mid F_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

Além disso, para estimar a volatilidade  $\sigma_t^2$

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) r_{t-1}^2, 0 < \lambda < 1.$$

O log-retorno de  $k$  períodos,  $r_t[k]$ , do instante  $t + 1$  no instante  $t + k$ , é dado por

$$r_t[k] = r_{t+1} + r_{t+2} + \dots + r_{t+k}$$

de modo que, podemos escrever

$$r_t[k] \mid F_t \sim N(0, \sigma_t^2[k])$$

onde  $\sigma_t^2[k]$ , a volatilidade deste retorno, pode ser calculada usando resultados da modelagem GARCH.

Se o erro  $e_t$  for Normal então teremos

$$r_t[k] \mid F_t \sim N(0, k\sigma_t^2(1))$$

Por exemplo, se fixarmos a probabilidade de  $p=0,05$  então o quartil é dado por  $-1,65 \sigma_{t+1}$ . Normalmente sinal negativo de perda é ignorado e  $\text{VaR} = (\text{Valor da Posição}) \times (1,65) \times \sigma_{t+1}$ .

Se o erro  $e_t$  for t-student ( $\mu = 0$  e  $\sigma^2 = 1$ ) com  $v$  graus de liberdade, então o  $p$ -ésimo quartil é dado por  $-t_v(p) \times \hat{\sigma}_t(1)$  para  $v > 2$ .

## 2.7 Estimação por Máxima Verossimilhança

O Método de Máxima Verossimilhança pode ser utilizado para estimação dos parâmetros dos modelos ARCH e GARCH e é bastante utilizado nos programas de computador e em aplicações.

Sejam  $\theta$  o vetor de parâmetros dos modelos a serem estimados e  $(y_1, y_2, \dots, y_T)$  a amostra das observações temporais. Então a função de verossimilhança é dada por

$$L(\theta) = f(y_1, y_2, \dots, y_T \mid \theta).$$

O estimador de máxima verossimilhança é dado pelo valor  $\hat{\theta}$  que maximiza a função  $L(\theta)$ , isto é,

$$\hat{\theta}_{EMV} = \max_{\theta} L(\theta).$$

Logo, o estimador de máxima verossimilhança escolhe o parâmetro que melhor explica a amostra observada. Muitas vezes é mais fácil matematicamente maximizar  $\log L(\Theta)$ , que é equivalente a maximizar  $L(\Theta)$  dado que a função  $\log$  é crescente. Neste trabalho utilizaremos a estimação pelo método de máxima verossimilhança, com o auxílio de métodos numéricos presentes na função `garchFit` do pacote `fGarch` do programa R (R Core Team, 2017; Tsay, 2005).

## 2.8 Teste de Ljung-Box

O teste de Ljung e Box (1978) é útil para diagnóstico de um modelo ajustado, uma vez que ele torna possível a identificação da existência de dependência dos erros estimadas por meio da autocorrelação residual. O teste pode ser aplicado aos dados antes do ajuste para a verificação de independência temporal e em seguida aplicado aos resíduos de uma série temporal após o ajustamento de um modelo aos dados. No teste residual são examinadas as  $m$  primeiras autocorrelações e se estas forem muito pequenas, conclui-se que o modelo não exibe falha significativa de ajuste (isto é, considera-se que os resíduos têm autocorrelação nula). Em geral, o teste Ljung-Box considera as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \text{Os dados são não correlacionados;} \\ H_1 : \text{Os dados são correlacionados.} \end{cases}$$

A estatística do teste de uma série temporal  $Y_t$  de tamanho  $T$  é dada por

$$Q = T(T+2) \sum_{k=1}^m \frac{\hat{r}_k^2}{T-k},$$

sendo  $\hat{r}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T \hat{a}_t \hat{a}_{t-k}}{\sum_{t=1}^T \hat{a}_t^2}$ , o estimador da autocorrelação na defasagem  $k$ .

Rejeita-se a hipótese nula  $H_0$  a um nível de significância  $\alpha$  se  $Q > \chi_{1-\alpha, m-p-q}^2$ .

## 2.9 Critérios de seleção de modelos

A fim de contornar a dificuldade em selecionar o modelo mais adequado, utilizam-se os critérios de informação, que levam em conta a qualidade do ajuste e penalizam a inclusão de parâmetros extras. A regra básica consiste em selecionar o modelo cujo critério de informação calculado seja mínimo.

Considerando  $\hat{L}$  o valor maximizado da função de verossimilhança do modelo proposto, ou seja,  $\hat{L} = p(\mathbf{y}|\hat{\theta})$  e  $\hat{\theta}$  o valor que maximiza a função de verossimilhança.

O Critério de Informação de Akaike (AIC) é definido como:

$$AIC = 2m - 2 \log [L(\hat{\theta})]$$

E o Critério de Informação Bayesiana (BIC) é definido como:

$$BIC = m \ln(T) - 2 \ln [L(\hat{\theta})]$$

onde  $m$  é o número de parâmetros a serem estimados e  $T$  o número de dados observados de  $\mathbf{y}$

Neste trabalho, ao compararmos dois modelos, escolheremos aquele que apresenta menor AIC.

No próximo capítulo veremos as aplicações das técnicas, aqui apresentadas, para a realização das análises dos dados e a verificação das hipóteses do modelo.

## Capítulo 3

### ANÁLISE DESCRITIVA DOS DADOS

Neste trabalho, foram analisados preços históricos diários, no período de 02/01/2012 e 29/07/2016 (1.155 dias), de dez ativos financeiros no setor de Petróleo, Mineração e Energia de grande liquidez da BM&FBOVESPA. Tais informações foram coletadas no site *Yahoo Finanças*<sup>1</sup>. Os ativos analisados foram:

- i GGBR4 - Gerdau (Ação preferencial)
- ii PETR4 - Petrobras (Ação preferencial)
- iii USIM5 - Usiminas (Ação preferencial classe A)
- iv VALE5 - Vale (Ação preferencial classe A)
- v CSNA3 - Companhia Siderurgica Nacional
- vi LIGT3 - Light
- vii ELET3 - Eletrobras
- viii CESP3 - Companhia Energética de São Paulo
- ix CPFE3 - CPFL Energia
- x EQTL3 - Equatorial Energia

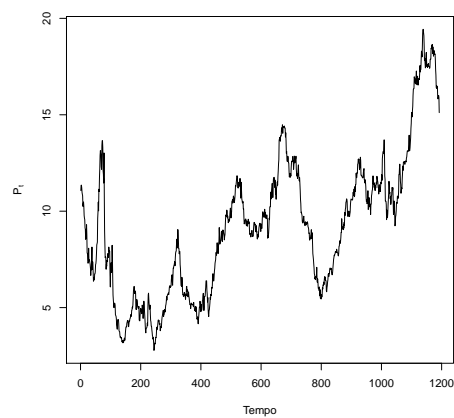
Nas figuras 3.1 e 3.2 que representam as séries de preços diários dos ativos, podemos ver claramente que as séries são não estacionárias. Entretanto, quando analisamos o comportamento dos retornos, podemos ver que as séries estão em torno de zero e que, apesar de existir uma

---

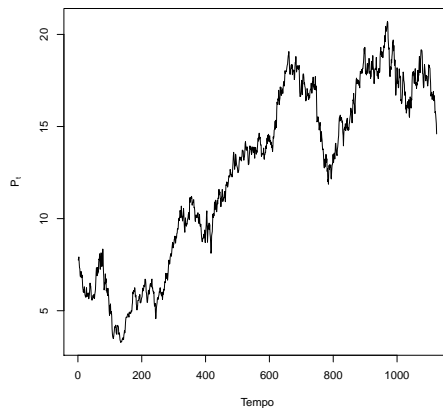
<sup>1</sup><https://br.financas.yahoo.com/> Yahoo Finanças - Finanças Empresárias, Mercado de Ações, Cotações e Notícias

variabilidade ao longo do tempo, pode-se considerar as séries estacionárias, conforme mostra as figuras 3.3 e 3.4.

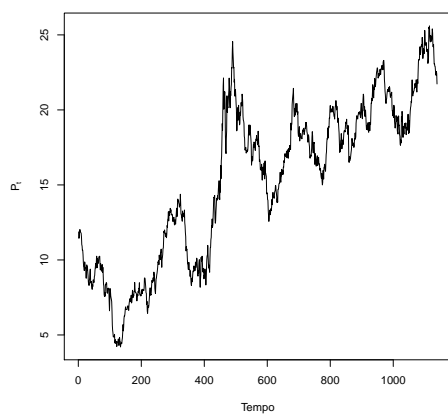




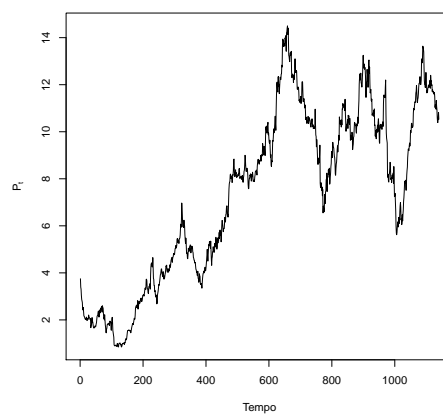
(a) CSNA3



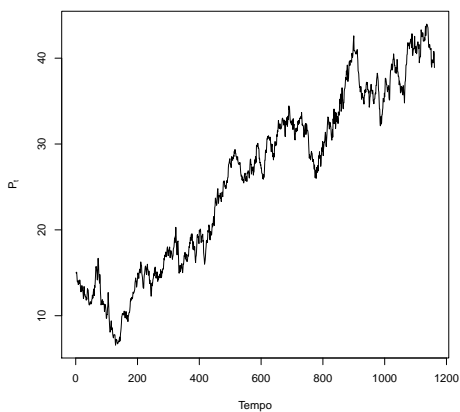
(b) GGBR4



(c) PETR4

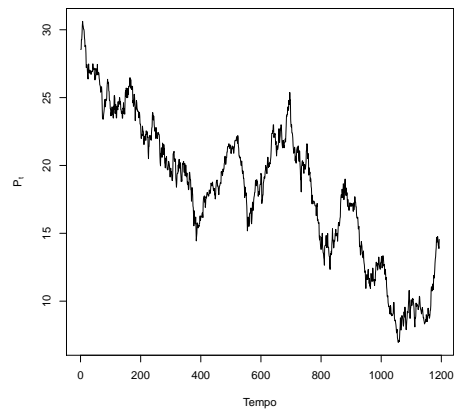


(d) USIM5

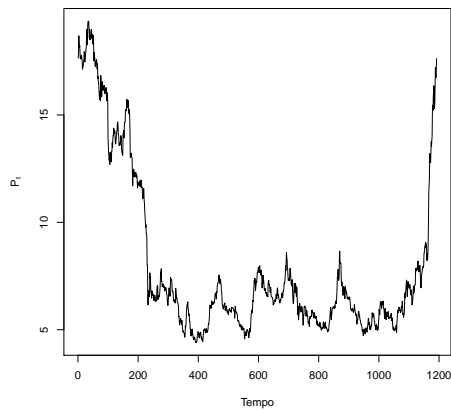


(e) VALE5

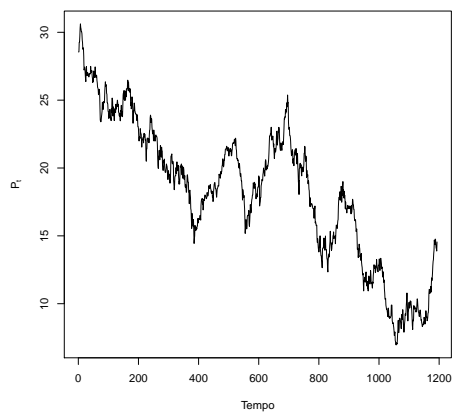
Figura 3.1: Séries de preços dos ativos Petróleo e Mineração.



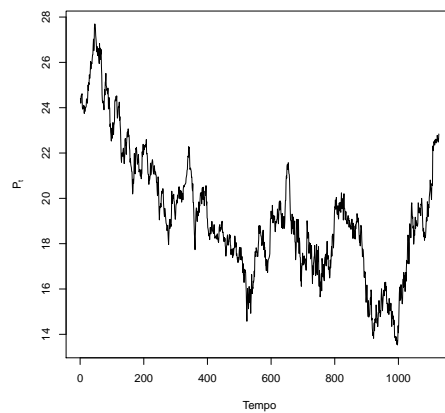
(a) LIGT3



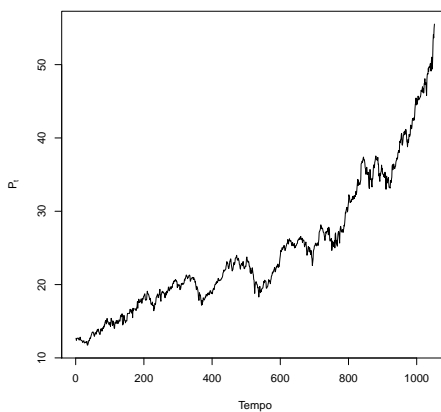
(b) ELET3



(c) CESP3

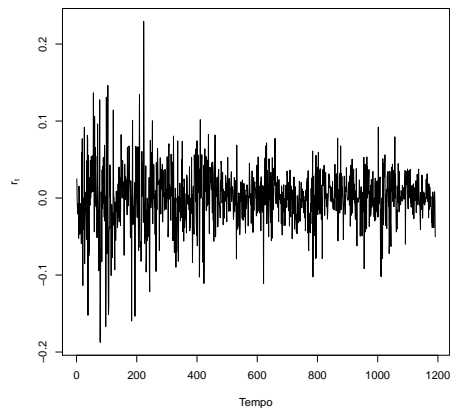


(d) CPFE3

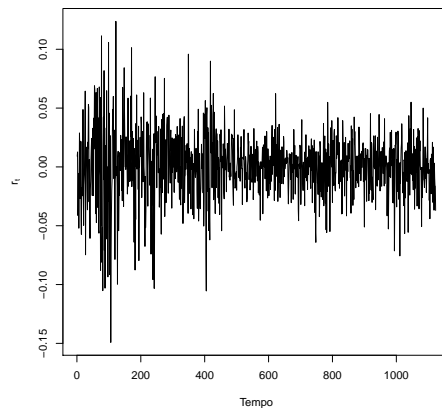


(e) EQTL3

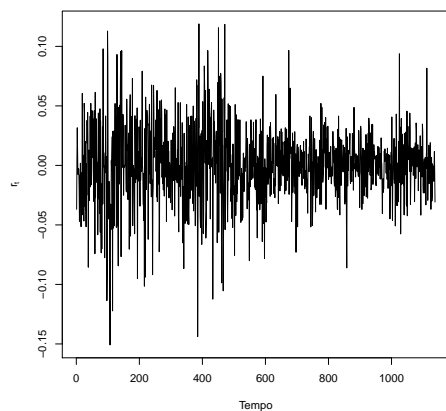
Figura 3.2: Séries de preços dos ativos Energia.



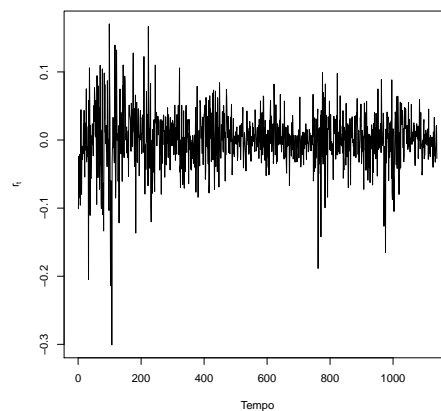
(a) CSNA3



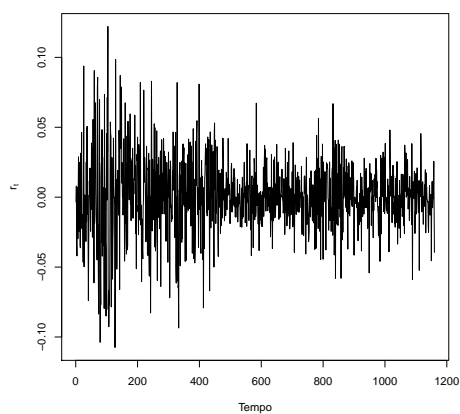
(b) GGBR4



(c) PETR4

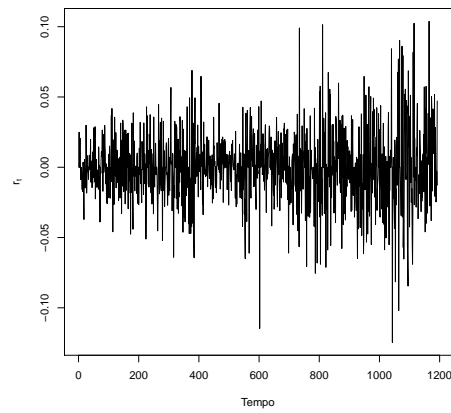


(d) USIM5

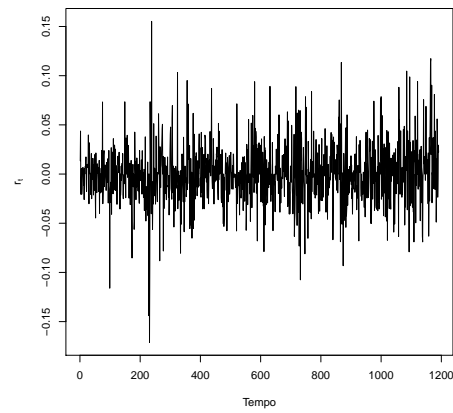


(e) VALE5

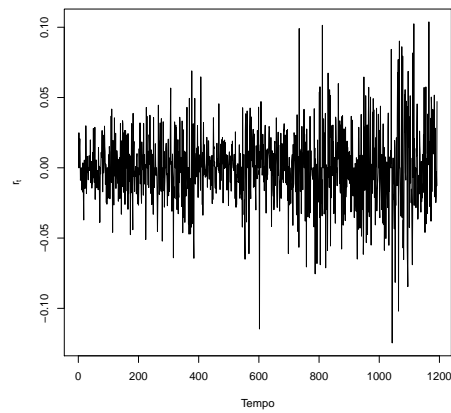
Figura 3.3: Séries dos log-retornos dos ativos Petróleo e Mineração.



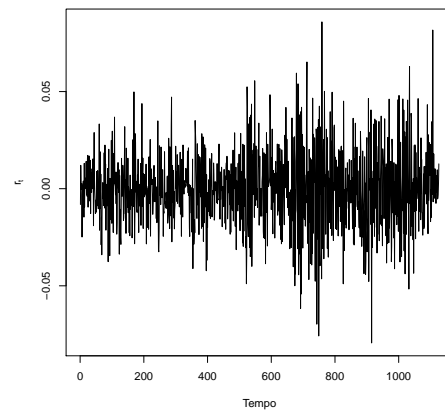
(a) LIGT3



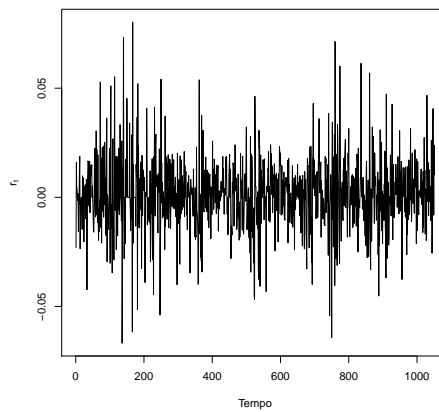
(b) ELET3



(c) CESP3



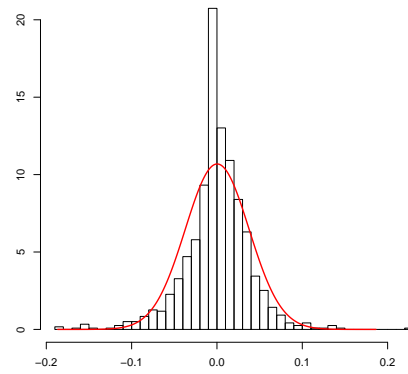
(d) CPFE3



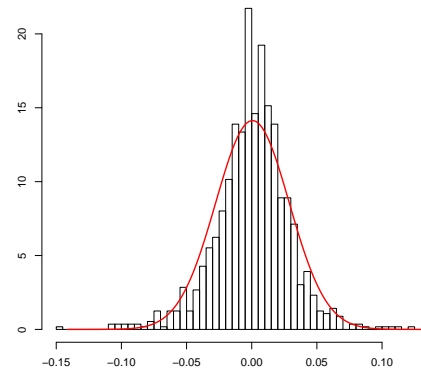
(e) EQTL3

Figura 3.4: Séries dos log-retornos dos ativos Energia.

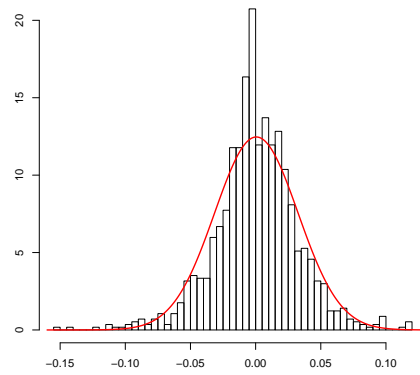
Nas figuras 3.5 e 3.6 encontram-se os histogramas dos log-retornos com a densidade normal estimada, onde pode-se observar a presença de valores afastados da parte central das distribuições, caudas mais pesadas do que uma distribuição normal. Os gráficos QxQ reforçam a idéia de não normalidade, como mostram as figuras 3.7 e 3.8.



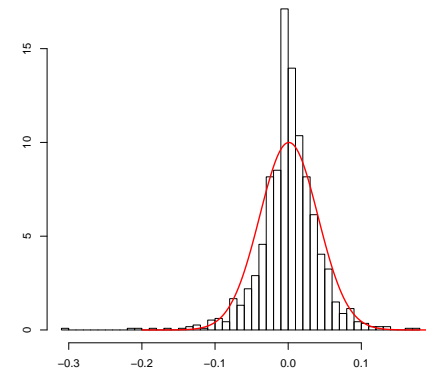
(a) CSNA3



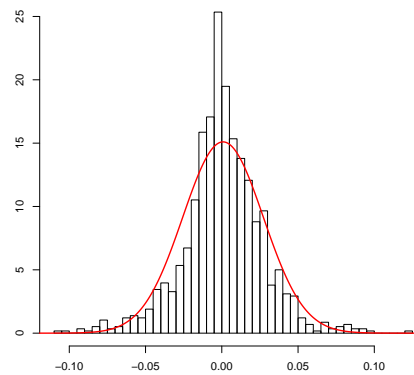
(b) GGBR4



(c) PETR4

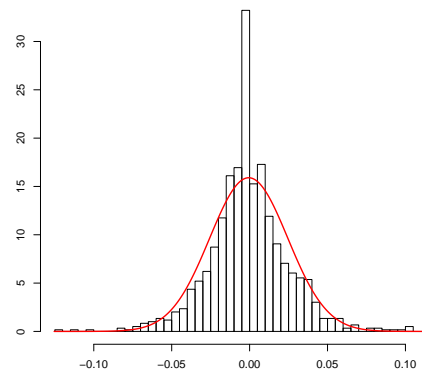


(d) USIM5

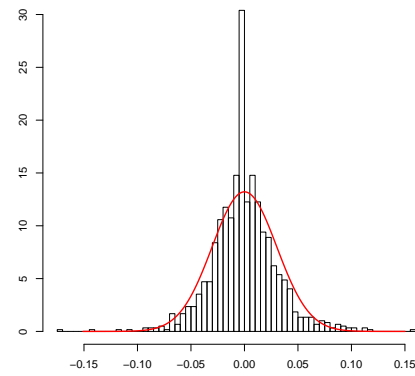


(e) VALE5

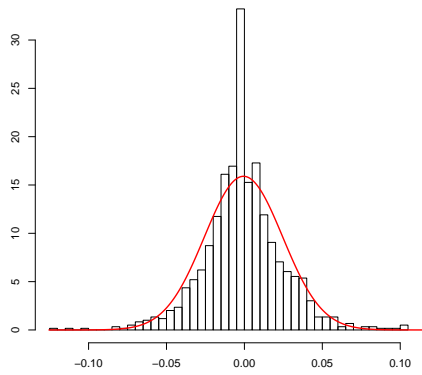
Figura 3.5: Histogramas dos log-retornos com a densidade normal estimada Petróleo e Mineração.



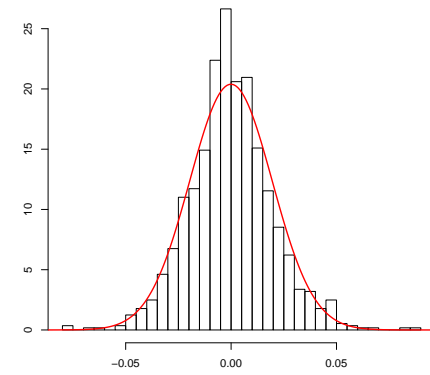
(a) LIGT3



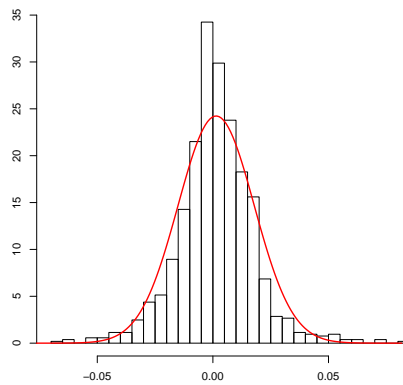
(b) ELET3



(c) CESP3

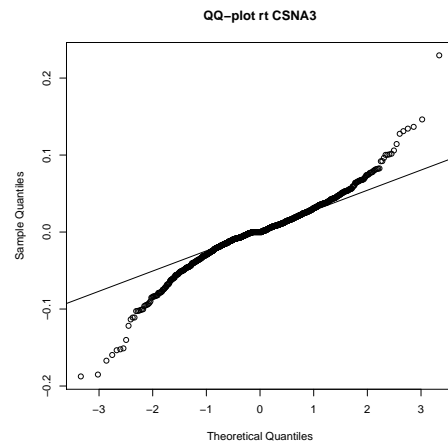


(d) CPFE3

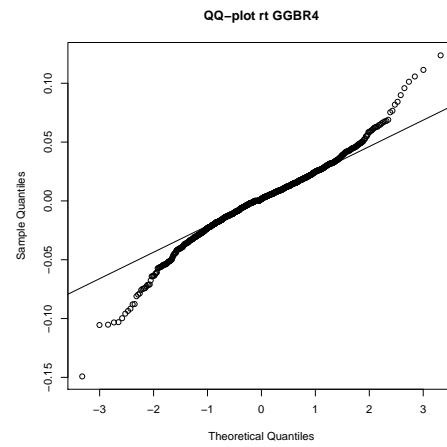


(e) EQTL3

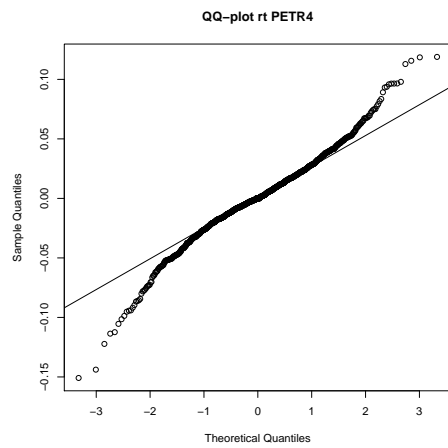
Figura 3.6: Histogramas dos log-retornos com a densidade normal estimada Energia



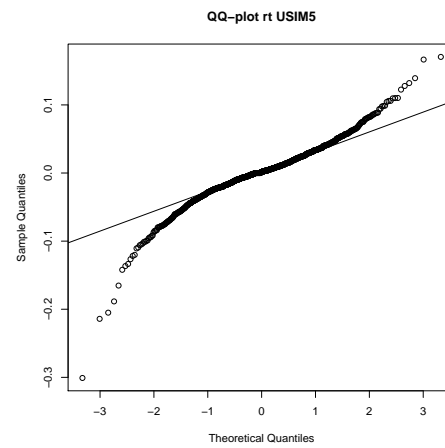
(a) CSNA3



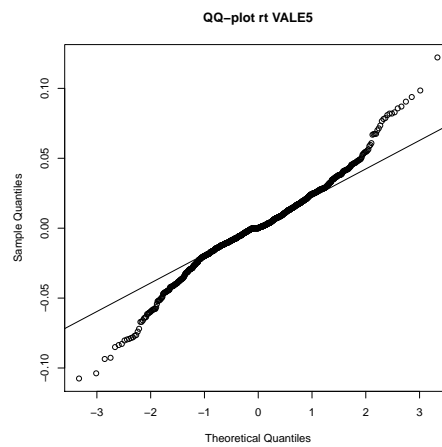
(b) GGBR4



(c) PETR4



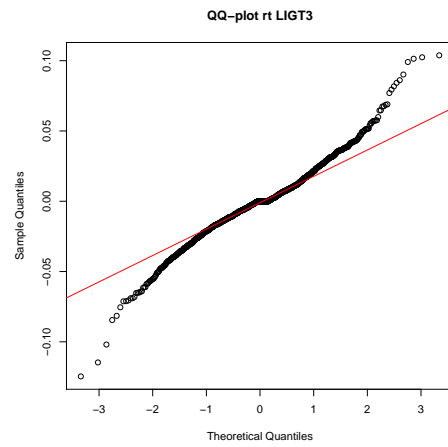
(d) USIM5



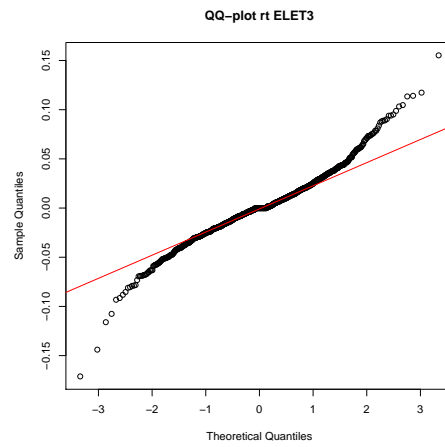
(e) VALE5

Figura 3.7: Gráfico QxQ dos log-retornos dos ativos Petróleo e Mineração.

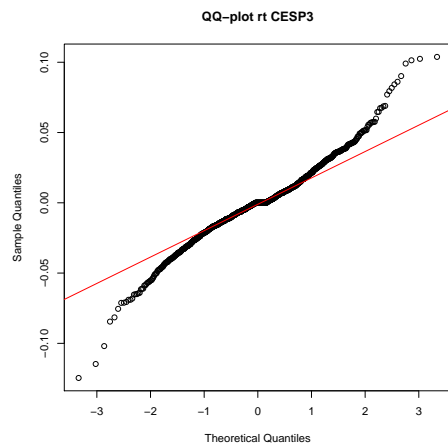




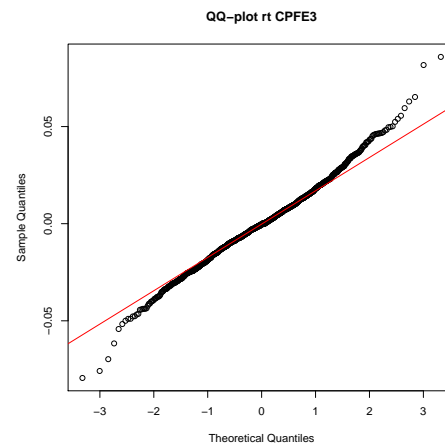
(a) LIGT3



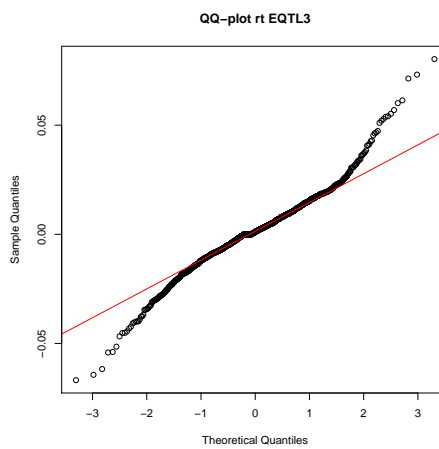
(b) ELET3



(c) CESP3



(d) CPFE3



(e) EQTL3

Figura 3.8: Gráfico QxQ dos log-retornos dos ativos Energia.

Analisando as estatísticas básicas do log-retorno apresentadas na tabela 3.1, verificamos que os valores de excesso de curtose são diferentes de 0, sustentando assim a hipótese de distribuição leptocúrtica. Os testes de assimetria e curtose são encontrados nas tabelas 3.2 e 3.3, este podemos ver que, considerando um nível de significância de 1%, rejeitamos a hipótese de assimetria 0 dos retornos das séries Petrobras, Gerdau, Companhia Siderurgica Nacional, Usiminas e Companhia Energética de São Paulo e rejeitamos a hipótese de curtose igual a 3 para todas as séries analisadas.

Tabela 3.1: Estatísticas básicas dos log-retornos dos ativos.

Variável	media	desvpad	mediana	assimetria	exc.curtose
<b>PETR4</b>	0.00053	0.03200	0.00000	-0.19456	1.96235
<b>VALE5</b>	0.00082	0.02642	0.00000	-0.08655	1.98687
<b>USIM5</b>	0.00091	0.03991	0.00166	-0.74596	5.67798
<b>GGBR4</b>	0.00056	0.02823	0.00168	-0.31925	2.40198
<b>CSNA3</b>	0.00026	0.03733	0.00000	-0.35187	4.04927
<b>LIGT3</b>	-0.00057	0.02509	0.00000	0.03708	2.31745
<b>ELET3</b>	-0.00000	0.03019	0.00000	0.13132	2.94694
<b>CESP3</b>	-0.00065	0.02550	0.00000	-2.30839	43.61787
<b>CPFE3</b>	-0.00006	0.01956	-0.00045	0.13207	1.09119
<b>EQLT3</b>	0.00140	0.01646	0.00110	0.11480	2.51723

Tabela 3.2: Teste de Assimetria e Curtose para os retornos no setor de Petróleo e Mineração.

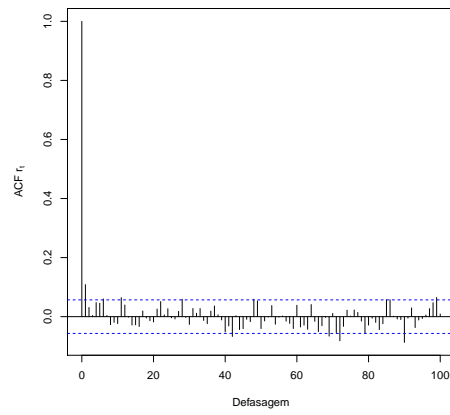
Série	Teste de Assimetria (p-valor)	Teste de Curtose (p-valor)
<b>PETR4</b>	-2.679 ( $<0.01$ )	13.51 ( $<10^{-8}$ )
<b>VALE5</b>	-1.203 (0.2288)	13.81 ( $<10^{-8}$ )
<b>USIM5</b>	-10.28 ( $<0.01$ )	39.12 ( $<10^{-8}$ )
<b>GGBR4</b>	-4.368 ( $<0.01$ )	16.43 ( $<10^{-8}$ )
<b>CSNA3</b>	-4.498 ( $<0.01$ )	16.92 ( $<10^{-8}$ )

Tabela 3.3: Teste de Assimetria e Curtose para os retornos no setor de Energia.

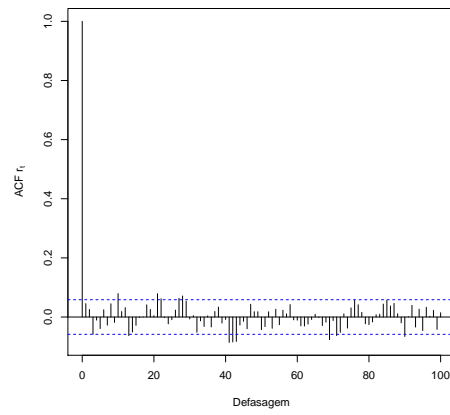
Série	Teste de Assimetria (p-valor)	Teste de Curtose (p-valor)
LIGT3	0.523 (0.6013)	16.33 ( $<10^{-8}$ )
CESP3	-32.55 ( $<0.01$ )	307.5 ( $<10^{-8}$ )
ELET3	1.85 (0.06429)	20.76 ( $<10^{-8}$ )
CPFE3	0.508 (0.6115)	15.87 ( $<10^{-8}$ )
EQTL3	0.491 (0.6236)	15.34 ( $<10^{-8}$ )

Além disso, utilizamos o teste de Jarque Bera para testar a hipótese de normalidade dos retornos, onde rejeitamos a hipótese com  $p - valor < 2e-16$ .

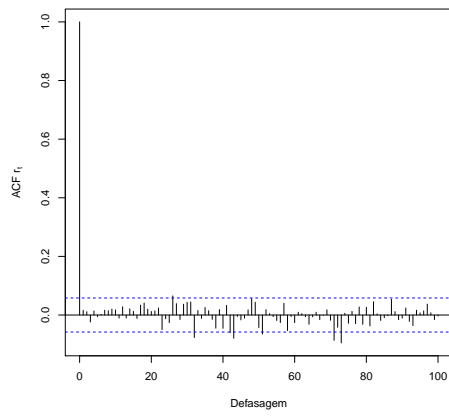
A fim de avaliar as estimativas das autocorrelações, calculamos as funções ACF dos log-retornos, dos seus quadrados e seus módulos, que podem ser vistas nas figuras 3.9, 3.10, 3.11, 3.12, 3.13 e 3.14 respectivamente. Observou-se que as estimativas não são significativas para os log-retornos, porém são significativas para os seus quadrados e seus módulos, o que indica correlação na variância, ou seja, há volatilidade nas séries, a qual será nosso objetivo de modelagem.



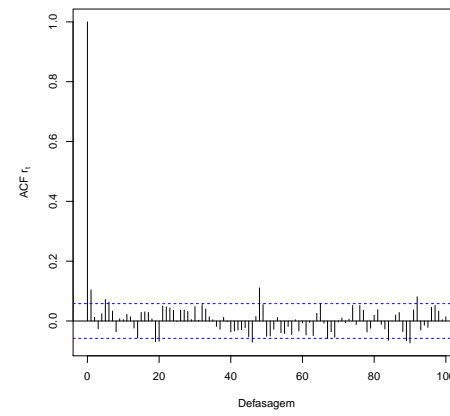
(a) CSNA3



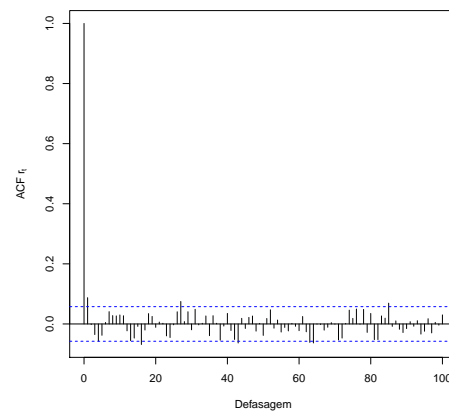
(b) GGBR4



(c) PETR4

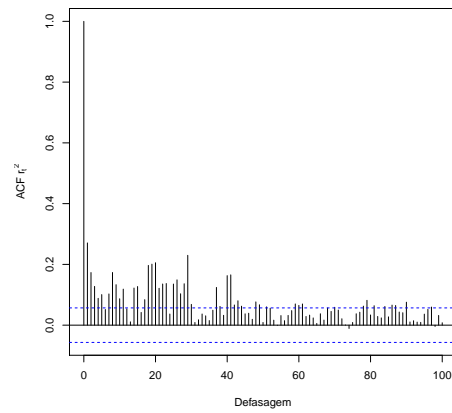


(d) USIM5

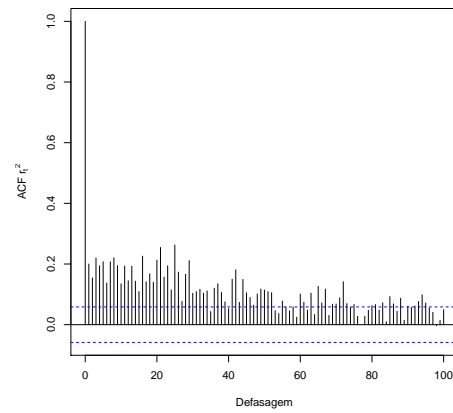


(e) VALE5

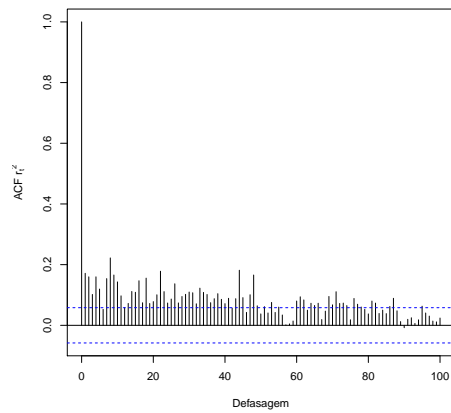
Figura 3.9: Funções ACF dos log-retornos Petróleo e Mineração.



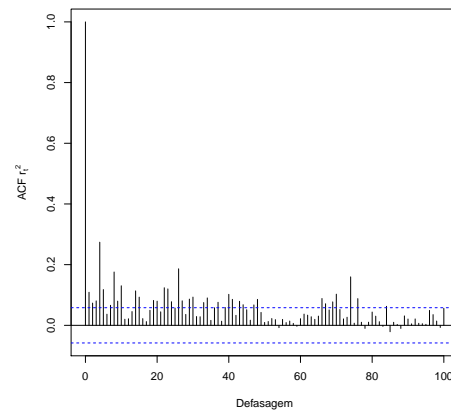
(a) CSNA3



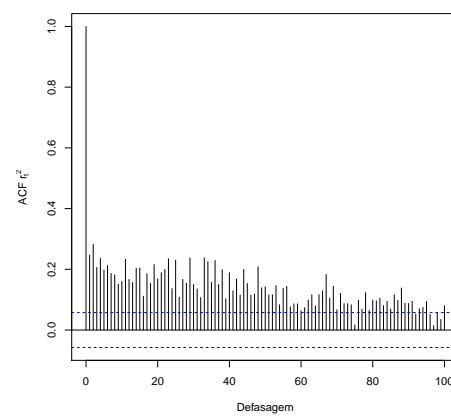
(b) GGBR4



(c) PETR4

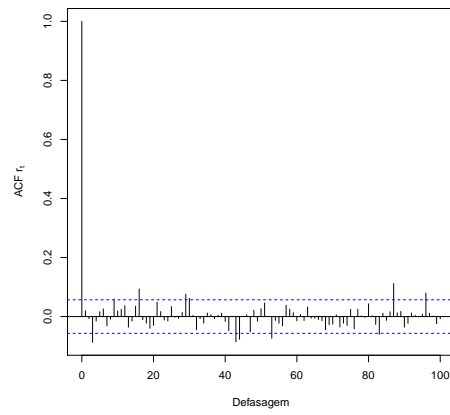


(d) USIM5

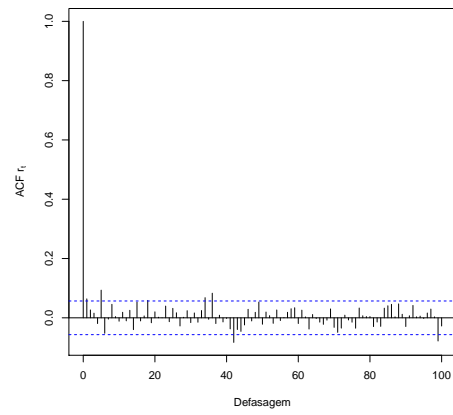


(e) VALE5

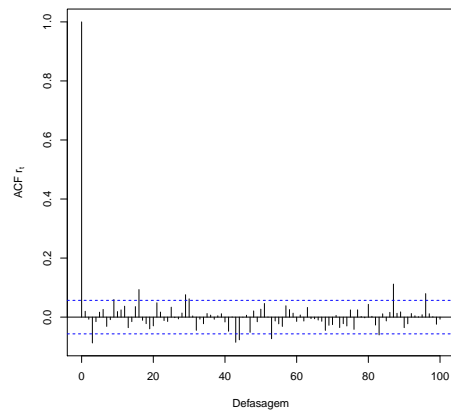
Figura 3.11: Funções ACF dos quadrados dos log-retornos Petróleo e Mineração.



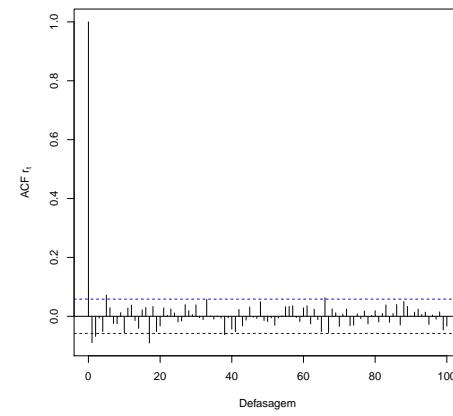
(a) LIGT3



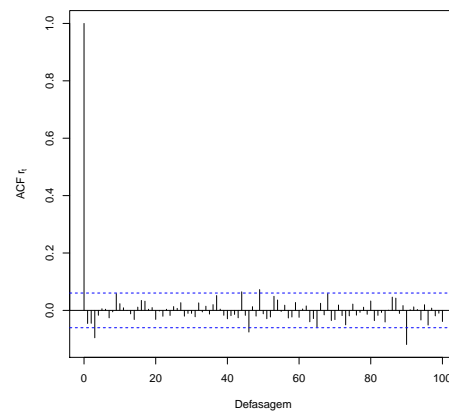
(b) ELET3



(c) CESP3

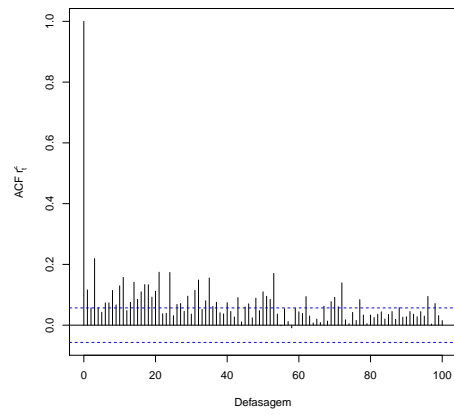


(d) CPFE3

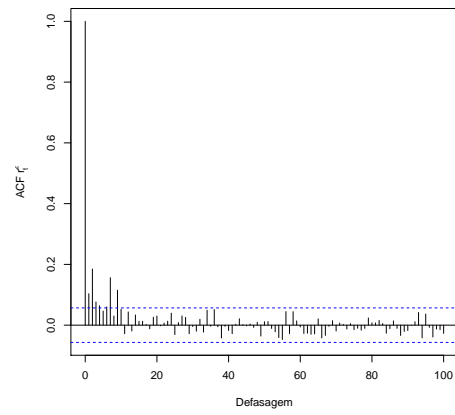


(e) EQTL3

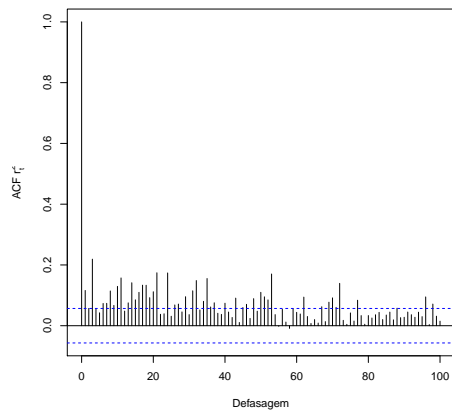
Figura 3.10: Funções ACF dos log-retornos Energia.



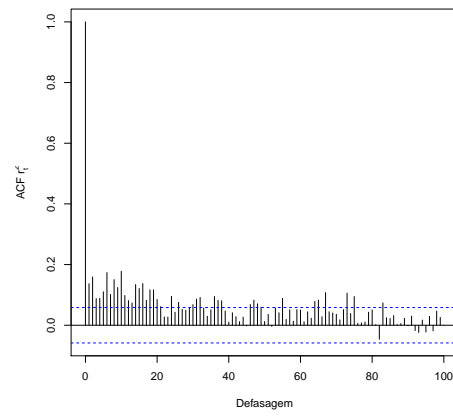
(a) LIGT3



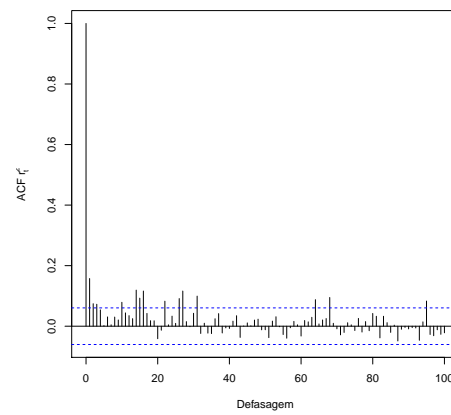
(b) ELET3



(c) CESP3

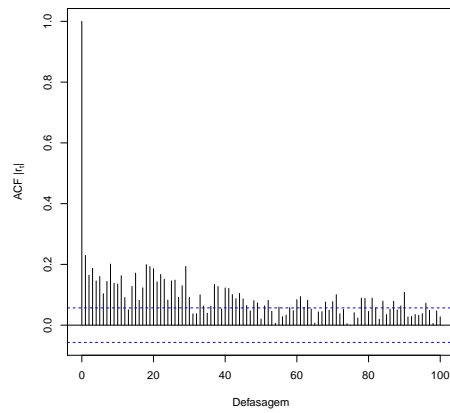


(d) CPFE3

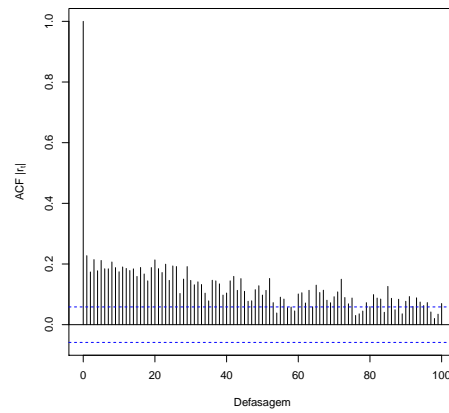


(e) EQTL3

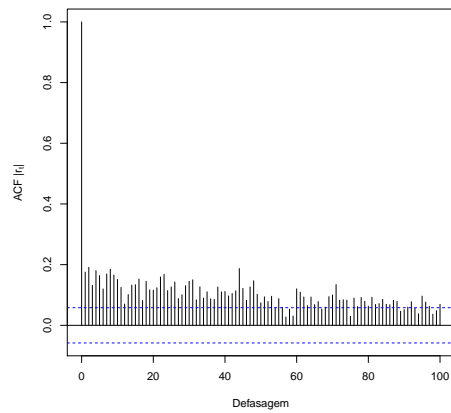
Figura 3.12: Funções ACF dos quadrados dos log-retornos Energia.



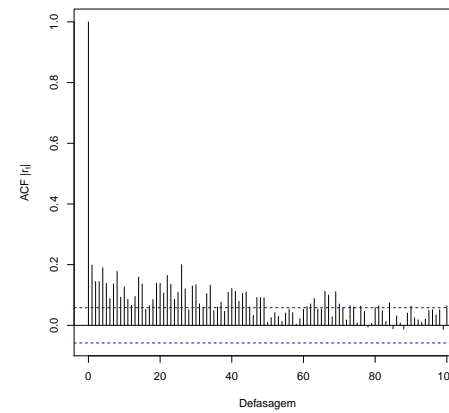
(a) CSNA3



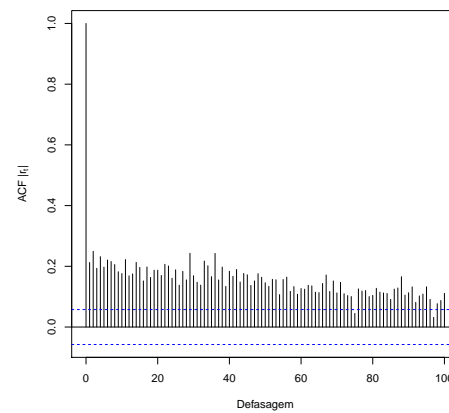
(b) GGBR4



(c) PETR4



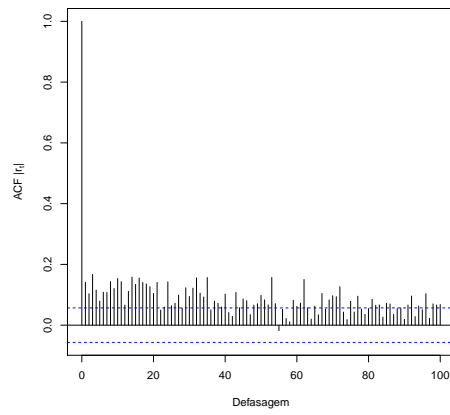
(d) USIM5



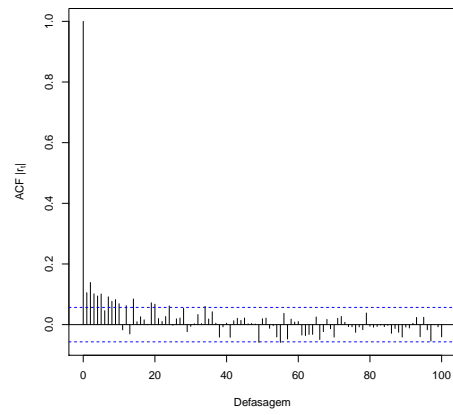
(e) VALE5

Figura 3.13: Funções ACF dos módulos dos log-retornos Petróleo.

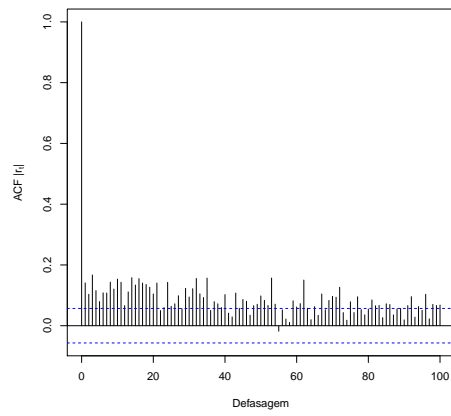




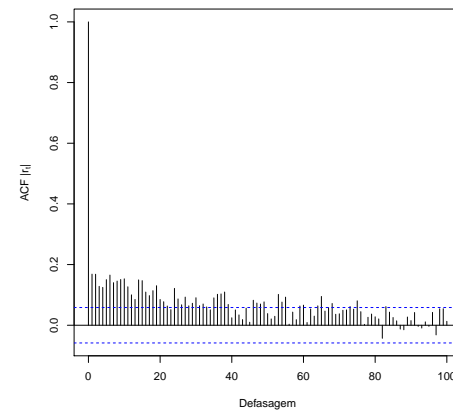
(a) LIGT3



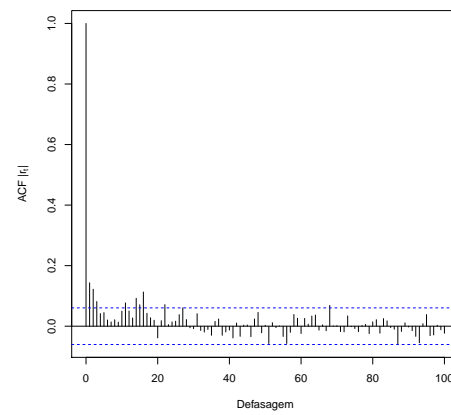
(b) ELET3



(c) CESP3



(d) CPFE3



(e) EQTL3

Figura 3.14: Funções ACF dos módulos dos log-retornos Energia.

Segundo Morettin e Toloi (2006) as séries necessitam de modelos específicos para descrever a evolução da volatilidade no tempo. Devido as características apresentadas, passa-se a modelar os ativos por meio do modelo GARCH.

## Capítulo 4

### MODELAGEM E RESULTADOS

Considerando as conclusões do capítulo 3 de que os log-retornos são não correlacionados serialmente mas os seus quadrados e módulo são dependentes, os dados foram ajustados ao modelo GARCH univariado através da função `garchFit` do pacote `fGarch` no programa R.

Foram avaliados os modelos GARCH supondo os erros com distribuição Normal (`norm`), Normal assimétrica (`snorm`), *t*-Student (`std`), *t*-Student assimétrica (`sstd`), com diferentes variações nos parâmetros  $(p, q)$ . Para a escolha do modelo mais adequado utilizamos os critérios AIC e BIC dos modelos  $\text{GARCH}(p, q)$ , como podemos ver nas tabelas 4.1 a 4.10. Como esperado, o melhor modelo para a maioria das séries de retorno foi o modelo  $\text{GARCH}(1,1)$  com erro *t*-student.

Tabela 4.1: Critérios de seleção AIC e BIC

- CSNA3.

Distrib. Erro	$p$	$q$	AIC	BIC
Normal	1	0	-3.82029	-3.80748
Normal	2	0	-3.83170	-3.81463
Normal	1	1	-3.98303	-3.96596
Normal	2	1	-3.98133	-3.95999
Normal S	1	0	-3.81985	-3.80278
Normal S	2	0	-3.83219	-3.81085
Normal S	1	1	-3.98858	-3.96724
Normal S	2	1	-3.98688	-3.96127
t-Student	1	0	-3.94135	-3.92428
t-Student	2	0	-3.95225	-3.93092
t-Student	1	1	-4.03944	-4.01810
t-Student	2	1	-4.03777	-4.01217
t-Student S	1	0	-3.94021	-3.91888
t-Student S	2	0	-3.95134	-3.92574
t-Student S	1	1	-4.04099	-4.01539
t-Student S	2	1	-4.03932	-4.00944

Tabela 4.2: Critérios de seleção AIC e BIC

- GGBR4.

Distrib. Erro	$p$	$q$	AIC	BIC
Normal	1	0	-4.36832	-4.35490
Normal	2	0	-4.38261	-4.36472
Normal	1	1	-4.51719	-4.49930
Normal	2	1	-4.51559	-4.49323
Normal S	1	0	-4.37036	-4.35246
Normal S	2	0	-4.38580	-4.36343
Normal S	1	1	-4.52614	-4.50377
Normal S	2	1	-4.52450	-4.49766
t-Student	1	0	-4.43105	-4.41315
t-Student	2	0	-4.44103	-4.41866
t-Student	1	1	-4.52567	-4.50330
t-Student	2	1	-4.52411	-4.49727
t-Student S	1	0	-4.43324	-4.41088
t-Student S	2	0	-4.44364	-4.41680
t-Student S	1	1	-4.53517	-4.50833
t-Student S	2	1	-4.53356	-4.50225

Tabela 4.3: Critérios de seleção AIC e BIC

- PETR4.

Distrib. Erro	$p$	$q$	AIC	BIC
Normal	1	0	-4.07575	-4.06247
Normal	2	0	-4.10918	-4.09148
Normal	1	1	-4.22228	-4.20458
Normal	2	1	-4.22239	-4.20026
Normal S	1	0	-4.07572	-4.05802
Normal S	2	0	-4.11412	-4.09199
Normal S	1	1	-4.22223	-4.20010
Normal S	2	1	-4.22266	-4.19610
t-Student	1	0	-4.14372	-4.12602
t-Student	2	0	-4.17089	-4.14876
t-Student	1	1	-4.24811	-4.22598
t-Student	2	1	-4.24685	-4.22030
t-Student S	1	0	-4.14196	-4.11983
t-Student S	2	0	-4.17007	-4.14351
t-Student S	1	1	-4.24844	-4.22189
t-Student S	2	1	-4.24742	-4.21644

Tabela 4.4: Critérios de seleção AIC e BIC

- USIM5.

Distrib. Erro	$p$	$q$	AIC	BIC
Normal	1	0	-3.68680	-3.67353
Normal	2	0	-3.70966	-3.69197
Normal	1	1	-3.81892	-3.80123
Normal	2	1	-3.81542	-3.79330
Normal S	1	0	-3.69062	-3.67292
Normal S	2	0	-3.71508	-3.69296
Normal S	1	1	-3.82057	-3.79845
Normal S	2	1	-3.81733	-3.79079
t-Student	1	0	-3.81275	-3.79505
t-Student	2	0	-3.82187	-3.79976
t-Student	1	1	-3.89122	-3.86910
t-Student	2	1	-3.88835	-3.86181
t-Student S	1	0	-3.81156	-3.78945
t-Student S	2	0	-3.82038	-3.79385
t-Student S	1	1	-3.89071	-3.86417
t-Student S	2	1	-3.88797	-3.85701

Tabela 4.5: Critérios de seleção AIC e BIC

- VALE5.

Distrib. Erro	$p$	$q$	AIC	BIC
Normal	1	0	-4.50249	-4.48942
Normal	2	0	-4.54733	-4.52990
Normal	1	1	-4.68001	-4.66258
Normal	2	1	-4.68007	-4.65827
Normal S	1	0	-4.50093	-4.48350
Normal S	2	0	-4.54703	-4.52523
Normal S	1	1	-4.67876	-4.65696
Normal S	2	1	-4.67871	-4.65256
t-Student	1	0	-4.55901	-4.54158
t-Student	2	0	-4.59062	-4.56883
t-Student	1	1	-4.69167	-4.66988
t-Student	2	1	-4.69148	-4.66532
t-Student S	1	0	-4.55742	-4.53563
t-Student S	2	0	-4.58897	-4.56282
t-Student S	1	1	-4.69033	-4.66418
t-Student S	2	1	-4.69012	-4.65961

Tabela 4.6: Critérios de seleção AIC e BIC

- LIGT3.

Distrib. Erro	$p$	$q$	AIC	BIC
Normal	1	0	-4.56625	-4.55345
Normal	2	0	-4.56662	-4.54957
Normal	1	1	-4.67137	-4.65431
Normal	2	1	-4.66912	-4.64779
Normal S	1	0	-4.56459	-4.54753
Normal S	2	0	-4.56495	-4.54362
Normal S	1	1	-4.67013	-4.64880
Normal S	2	1	-4.66787	-4.64229
t-Student	1	0	-4.63895	-4.62189
t-Student	2	0	-4.64283	-4.62150
t-Student	1	1	-4.71399	-4.69266
t-Student	2	1	-4.71209	-4.68650
t-Student S	1	0	-4.63774	-4.61642
t-Student S	2	0	-4.64143	-4.61585
t-Student S	1	1	-4.71235	-4.68676
t-Student S	2	1	-4.71046	-4.68060

Tabela 4.7: Critérios de seleção AIC e BIC

- ELET3.

Distrib. Erro	$p$	$q$	AIC	BIC
Normal	1	0	-4.17434	-4.16154
Normal	2	0	-4.19864	-4.18157
Normal	1	1	-4.22798	-4.21091
Normal	2	1	-4.22667	-4.20534
Normal S	1	0	-4.17380	-4.15673
Normal S	2	0	-4.19974	-4.17840
Normal S	1	1	-4.22749	-4.20616
Normal S	2	1	-4.22633	-4.20072
t-Student	1	0	-4.27745	-4.26038
t-Student	2	0	-4.29234	-4.27100
t-Student	1	1	-4.30866	-4.28732
t-Student	2	1	-4.30779	-4.28219
t-Student S	1	0	-4.27719	-4.25585
t-Student S	2	0	-4.29218	-4.26657
t-Student S	1	1	-4.30810	-4.28250
t-Student S	2	1	-4.30724	-4.27737

Tabela 4.8: Critérios de seleção AIC e BIC

- CESP3.

Distrib. Erro	$p$	$q$	AIC	BIC
Normal	1	0	-4.60092	-4.58813
Normal	2	0	-4.59883	-4.58179
Normal	1	1	-4.59924	-4.58220
Normal	2	1	-4.59716	-4.57585
Normal S	1	0	-4.60864	-4.59160
Normal S	2	0	-4.60657	-4.58526
Normal S	1	1	-4.60697	-4.58566
Normal S	2	1	-4.60490	-4.57933
t-Student	1	0	-5.15197	-5.13493
t-Student	2	0	-5.15258	-5.13127
t-Student	1	1	-5.16981	-5.14850
t-Student	2	1	-5.16784	-5.14227
t-Student S	1	0	-5.15134	-5.13003
t-Student S	2	0	-5.14931	-5.12374
t-Student S	1	1	-5.16876	-5.14319
t-Student S	2	1	-5.16675	-5.13692

Tabela 4.9: Critérios de seleção AIC e BIC

- CPFE3.

Distrib. Erro	$p$	$q$	AIC	BIC
Normal	1	0	-5.06381	-5.05042
Normal	2	0	-5.08443	-5.06657
Normal	1	1	-5.14625	-5.12839
Normal	2	1	-5.14397	-5.12165
Normal S	1	0	-5.06253	-5.04468
Normal S	2	0	-5.08491	-5.06259
Normal S	1	1	-5.14631	-5.12399
Normal S	2	1	-5.14408	-5.11729
t-Student	1	0	-5.08181	-5.06396
t-Student	2	0	-5.09962	-5.07730
t-Student	1	1	-5.14774	-5.12542
t-Student	2	1	-5.14551	-5.11873
t-Student S	1	0	-5.08043	-5.05811
t-Student S	2	0	-5.09908	-5.07230
t-Student S	1	1	-5.14675	-5.11996
t-Student S	2	1	-5.14453	-5.11329

Tabela 4.10: Critérios de seleção AIC e

BIC - EQLT3.

Distrib. Erro	$p$	$q$	AIC	BIC
Normal	1	0	-5.41021	-5.39606
Normal	2	0	-5.42308	-5.40421
Normal	1	1	-5.44730	-5.42843
Normal	2	1	-5.44585	-5.42227
Normal S	1	0	-5.40848	-5.38961
Normal S	2	0	-5.42160	-5.39801
Normal S	1	1	-5.44678	-5.42320
Normal S	2	1	-5.44535	-5.41705
t-Student	1	0	-5.49673	-5.47786
t-Student	2	0	-5.50428	-5.48069
t-Student	1	1	-5.51077	-5.48718
t-Student	2	1	-5.50920	-5.48090
t-Student S	1	0	-5.49526	-5.47168
t-Student S	2	0	-5.50291	-5.47461
t-Student S	1	1	-5.50936	-5.48106
t-Student S	2	1	-5.50779	-5.47477

Na tabela 4.11 encontram-se os parâmetros estimados dos modelos para os log-retornos de cada ativo.



Tabela 4.11: Parâmetros estimados do modelo GARCH(1,1)  
para as séries de log-retornos.

<b>Ativo</b>	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta_1$
CSNA3	0.00171030	0.0856343	0.905789
GGBR4	0.0011613	0.053289	0.93852
PETR4	0.0000547462	0.0595906	0.934397
USIM5	0.00014687	0.069267	0.92369
VALE5	0.0007184	0.04921	0.9458
LIGT3	0.0000051	0.05606	0.9404
ELET3	0.0000837	0.11947	0.8051
CESP3	0.0002634	0.99999	0.6868
CPFE3	0.0000093	0.09655	0.8844
EQTL3	0.0000145	0.08075	0.8716

Nas tabelas 4.12 e 4.13 fazemos o teste de independência de Ljung-Box com defasagem  $d$  igual a 20 dias aos resíduos e aos resíduos ao quadrado do modelo GARCH (1,1) com erros  $t$ -student simétrico para as séries de retornos.

Tabela 4.12: Teste Ljung-Box para os resíduos do GARCH(1,1) no setor Petróleo e Mineração

	Resíduos		Resíduos ao quadrado	
Série	Estatística do Teste	p-valor	Estatística do Teste	p-valor
PETR4	13.295	0.864	13.900	0.836
VALE5	119.943	0.462	7.098	0.996
USIM5	25.884	0.170	22.346	0.322
GGBR4	16.894	0.660	14.205	0.820
CSNA3	19.697	0.477	24.564	0.219

Tabela 4.13: Teste Ljung-Box para os resíduos do GARCH(1,1) no setor Energia

	Resíduos		Resíduos ao quadrado	
Série	Estatística do Teste	p-valor	Estatística do Teste	p-valor
LIGT3	23.311	0.274	18.951	0.525
CESP3	15.327	0.75740	2.206	1.00000
ELET3	28.523	0.098	20.550	0.424
CPFE3	29.013	0.087	16.252	0.701
EQTL3	20.798	0.410	11.228	0.940

Podemos ver nos resultados das tabelas acima que ao nível de significância 1% não rejeitamos a hipótese nula, ou seja, a autocorrelação nula nos resíduos e nos resíduos ao quadrado. Assim, o modelo escolhido está bem ajustado aos log retornos dos ativos analisados no setor de Petróleo, Mineração e Energia de modo que o modelo GARCH(1,1) foi suficiente para explicar a volatilidade das séries.

Através de alguns testes vimos que o melhor modelo para a modelagem de nossos dados é o modelo GARCH(1,1) com distribuição  $t$ -student simétrica. A partir dessa conclusão podemos utilizar esse modelo para o cálculo da volatilidade e assim calcular o Valor em Risco (VaR) afim de sabermos qual destes ativos representa o maior risco a um investimeto.

Na tabela 4.14 encontram-se os parâmetros estimados para o cálculo da volatilidade usando o modelo GARCH(1,1) e cálculo do Valor em Risco.

Tabela 4.14: Parâmetros estimados do modelo GARCH(1,1)  
para o VaR.

Ativo	$\mu$	$\omega$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$v(g,l)$
CSNA3	0.00171	0.000017	0.085634	0.905789	5.213215
GGBR4	0.001161	0.0000060	0.053289	0.938517	1.00000
PETR4	0.000054	0.0000069	0.059590	0.934396	8.185963
USIM5	0.001468	0.0000144	0.069266	0.923689	5.152870
VALE5	0.000718	0.0000031	0.049208	0.945755	1.000000
LIGT3	-0.000577	0.0000051	0.056060	0.940365	5.494237
ELET3	-0.000010	0.0000837	0.119471	0.805068	4.285507
CESP3	0.000234	0.0002634	1.000000	0.686826	2.106650
CPFE3	-0.000007	0.0000082	0.086351	0.893664	-
EQTL3	0.001810	0.0000145	0.080745	0.871594	4.842750

A tabela 4.15 apresenta o Valor em Risco dos dez ativos sendo um valor da posição de 10.000.000 u.m com probabilidade  $p=0,05$  que representa a probabilidade de perda desse ativo em um dia.

Tabela 4.15: Valor em Risco do modelo GARCH(1,1)

<b>Ativo</b>	<b><i>VaR</i></b>
CSNA3	415724.9133
GGBR4	365836.573
PETR4	337966.3
USIM5	390706.5764
VALE5	300734.1974
LIGT3	490056.7328
ELET3	481041.9732
CESP3	353724.0322
CPFE3	329109.2461
EQTL3	271904.1819

Como podemos ver na tabela 4.11 o ativo que representa maior risco ao investirmos um valor de posição 10.000.000 u.m é o ativo do setor de Energia LIGT3.

## Capítulo 5

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho realizou-se a análise de dez ativos diários financeiros do setor de Energia e Petróleo, retirados do site Yahoo Finanças no período de 02 de janeiro de 2012 a 29 de julho de 2016 afim de analisar a sua volatilidade e o cálculo do seu valor em risco. A princípio transformamos os dados de preços dos ativos em séries de retornos e ao analisarmos os gráficos apresentaram caudas longas e não-normalidade indicando distribuição leptocúrtica. Os testes seguinte como o de Jaque Bera confirmou a não normalidade da série. A função de autocorrelação dos log retornos ao quadrado foi significativa mostrando uma volatilidade nas séries que é um dos nossos objetivos do nosso trabalho e por isso aplicamos o modelo GARCH com variações em seus parâmetros ( $p$ ,  $q$ ) supondo erros com distribuições normal, normal assimétrica,  $t$ -student e  $t$ -student assimétrica.

O melhor ajuste foi através do modelo GARCH(1,1) com erro  $t$ -student simétrico para a maioria das séries analisadas. O teste de Ljung-Box não rejeitou a hipótese nula de autocorrelação nula, portanto confirmando a escolha do nosso modelo.

Para este modelo ajustado, fizemos o cálculo do valor em risco (VaR) que a partir da volatilidade da série de retorno nos indica a perda deste ativo no mercado, ou seja, o valor em risco calcula o risco de mercado do ativo. Com um valor de posição de 10.000.000 u.m em um investimento o ativo que representa o maior risco seria a Light.

Para trabalhos futuros, podemos considerar os modelos GARCH multivariados que nos permitiriam modelar as dez séries conjuntamente e possivelmente capturar alguma dependência entre elas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Assaf Neto, A. (2008). *Mercado financeiro* (8th ed.). São Paulo: Atlas.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Chatfield, C. (1997). *The analysis of time series, an introduction* (5th ed.). Boca Raton: Chapman & Hall.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 987-1007.
- Fernández, C., e Steel, M. (1998). On Bayesian modelling of fat tails and skewness. *Journal of the American Statistical Association*, 93, 359-371.
- Jarque, C., e Bera, A. (1980). Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters*, 6, 255-259.
- Ljung, G. M., e Box, G. E. P. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, 65(2), 297-303.
- Morettin, P. A. (2011). *Econometria financeira: um curso de séries temporais financeiras* (2nd ed.). São Paulo: Editora Blucher.
- Morettin, P. A., e Toloi, C. M. (2006). *Análise de séries temporais* (2nd ed.). São Paulo: Egarad Blucher.
- R Core Team. (2017). R: A language and environment for statistical computing [Computer software manual]. Vienna, Austria. Retrieved from <https://www.r-project.org/>

Tsay, R. S. (2005). *Analysis of financial time series*. John Wiley & Sons.